Janina Świetlicka-Grala
i Jan Domański (Poznań)

WIELOZMIENNA ANALIZA WARIANCJI POMIARÓW ODCZYNU MIĘSA U ROŻNYCH RAS ŚWIŃ

1. Wstęp

W praktyce spotykamy się często z pewnym typem doświadczeń, w których występują dwa rodzaje klasyfikacji:

a) jednostki doświadczalne są sklasyfikowane według czynników doświadczalnych,

b) wyniki dotyczą pomiarów powtarzanych na tych samych jednostkach doświadczalnych i mogą być dodatkowo sklasyfikowane np. według miejsc i terminów ich przeprowadzania.

Mamy wówczas do czynienia z obserwacjami dotyczącymi na ogół jednej tylko cechy, ale ze względu na ich wielokrotne powtarzanie na tych samych jednostkach doświadczalnych - wielowymiarowymi.

Przykładami doświadczeń tego typu są:

a) doświadczenie zootechniczne, w którym obserwuje się odczyn mięsa w różnych terminach po uboju i w różnych miejscach tuszy z osobników różnych ras,

b) doświadczenie ogrodnicze z odmianami róż prowadzone przez kilka kolejnych lat, w którym co roku na tych samych roślinach obserwuje się ilość lub długość pędów kwiatowych,

c) doświadczenie nawozowe z trawami, których plon obserwowany jest w kolejnych pokosach.

Przy opracowywaniu tego rodzaju doświadczeń proponuje się stosować wielozmienną analizę wariancji (MANOVA). W niniejszej pracy omówiono zastosowanie analizy na przykładzie doświadczenia, w którym badano kształtowanie się odczynu mięsa u różnych ras świń.

Doświadczenie to wiąże się ze znanym faktem, że np. świnie rasy Pietrain hodowane najwięcej we Francji względnie świnie polsko-chińskie w Stanach Zjednoczonych wykazują wysoki odsetek degeneracji mięśniowej szklistej charakteryzującej się między innymi odmiennym kształtowaniem się odczynu mięsa dotkniętego tą degeneracją w porównaniu do mięsa normalnego. Przypuszcza się przeto, że poza czynnikami stressowymi jak np. temperatura, transport, zmęczenie, czas głodzenia itp., wśród których transport i zmęczenie zajmują wyjątkową pozycję, pewną rolę odgrywa także rasa świń. W celu sprawdzenia tych sugestii przeprowadzono badanie mające pokazać, jak kształtuje się odczyn mięsa świń rasy złotnickiej białej typu bekonowego w porównaniu z odczynem mięsa świń rasy wielkiej białej polskiej i polskiej białej zwisłouchej w zależności od okolicy tuszy i czasu od chwili uboju.

2. Materiał i metodyka badań

Materiał badawczy stanowiło 17 świń rasy złotnickiej białej typu bekonowego (8 wieprzków i 9 loszek), 33 świnie rasy wielkiej białej polskiej (16 wieprzków i 17 loszek) oraz 29 świń bekonowych rasy polskiej białej zwisłouchej (16 wieprzków i 13 loszek) kontrolowanych w SKURTCh w Pawłowicach w okresie od 9 VIII do 20 XI 1965 roku. Jednolite warunki żywienia, utrzymania i uboju sprzyjały porównawczym badaniom odczynu mięsa trzech ras świń. Pomiary odczynu przeprowadzono w następujących okolicach półtusz bekonowych (lewych):

a) w mięśniach szynki - 7 cm od spojenia łonowego w kierunku stawu kolanowego,

b) w mięśniu najdłuższym grzbietu:

1) za ostatnim kręgiem lędźwiowym,

2) za ostatnim kręgiem piersiowym,

3) za czwartym kręgiem piersiowym,

c) w mięśniach barku - na przekroju za ostatnim kręgiem piersiowym,

d) w mięśniu lędźwiowym większym - tzw. polędwiczce.

Pomiary odczynu mięsa przeprowadzono przy pomocy pekametru lampowego (LBS 61) zaopatrzonego w elektrody sztyletowe, wbijane na głębokość około 3 cm. Pomiary powtarzano dwukrotnie i wyliczano z nich średnie.

Kwasowość mięsa oznaczano w trzech terminach, a mianowicie: 45 minut (pH_1), 90 minut (pH_2) oraz 24 godziny (pH_3) od chwili uboju. Po dokonaniu pierwszego pomiaru odczynu (pH_1) półtusze chłodzono w temperaturze około 4°C wyjmując je z chłodni jedynie na czas dokonywania następnych oznaczeń. Uzyskane w ten sposób wyniki poddano wielozmiennej analizie wariancji.

Jednostki doświadczalne, którymi są tu poszczególne zwierzęta, sklasyfikowano ze względu na:

A - rasy (3)
B - płci (2).

Rodzaje pomiarów odczynu mięsa (traktowane jako zmienne, a nie obiekty) sklasyfikowano ze względu na:

C - terminy (3)
D - okolice półtuszy (6).

Gdyby na wszystkich jednostkach przeprowadzono pomiar odczynu tylko w jednym terminie i jednej okolicy, wówczas mielibyśmy do czynienia z jednozmienną (zwyczajną) analizą wariancji. W naszym jednak przypadku mamy 18 różnego rodzaju pomiarów, a więc 18 zmiennych, których łączna analiza możliwa jest za pomocą wspomnianej wielozmiennej analizy wariancji. Jest ona uogólnieniem jednozmiennej analizy wariancji polegającym przede wszystkim na tym, że zamiast znanych sum kwadratów odchyleń oblicza się odpowiednie macierze sum kwadratów i iloczynów odchyleń. Wyliczenie elementów tych macierzy dla wielozmiennych doświadczeń ortogonalnych jest stosunkowo proste. Trudności rachunkowe pojawiają się natomiast w przypadku doświadczeń nieortogonalnych (z niejednakową liczebnością w podklasach, co zresztą dotyczy w równym stopniu analizy wielo- jak i jednozmiennej). Aby uniknąć pracochłonnych działań na macierzach, określonych przez nieortogonalny układ doświadczalny, można zastosować metodę Zelena i Federera [5] (opracowaną dla dwu- i trójczynnikowego doświadczenia o niejednakowych liczebnościach w podklasach, przy założeniu, że nie są one puste) uogólniając ją na przypadek wielu zmiennych (patrz [4]). Przy pomocy powyższej metody otrzymuje się potrzebne wzory bez konieczności odwracania dużych macierzy (co jest numerycznie skomplikowane).

Wzory sum kwadratów i iloczynów dla poszczególnych czynników doświadczalnych są dość proste. Natomiast skomplikowane wzory dla interakcji można z powodzeniem zastąpić ich oszacowaniem co ma szczególne znaczenie przy uogólnieniu na wiele zmiennych.

Dla praktycznego stosowania metody Zelena i Federera [5] uogólnionej na przypadek wielu zmiennych (por. [4]) ułożono programy obliczeniowe w językach MOST 1 oraz MAT 4, które pozwalają wykonać obliczenia na emc ODRA 1013 lub MIŃSK 22. Programy te wykorzystano do opracowania omawianego doświadczenia.

Po otrzymaniu macierzy sum kwadratów i iloczynów odchyleń dla ras, płci, interakcji obu czynników oraz błędu, oznaczonych odpowiednio literami $\underline{S}_A$, $\underline{S}_B$, $\underline{S}_{A\times B}$ i $\underline{S}_E$, przystąpiono do sprawdzania interesujących hipotez.

Dla sprawdzenia hipotezy, że rasy nie różnią się istotnie między sobą, tworzy się wektor pomocniczy

$$\underline{m}' = [1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1],$$

to znaczy wektor o 18 elementach równych 1. Następnie macierze $\underline{S}_A$ i $\underline{S}_E$ (o 18 wierszach i 18 kolumnach) mnoży się lewostronnie przez wektor wierszowy $\underline{m}'$ oraz prawostronnie przez analogiczny wektor kolumnowy $\underline{m}$. Jako funkcję testową stosuje się wówczas

$$F = \frac{\underline{m}'\underline{S}_A\,\underline{m}}{\underline{m}'\underline{S}_E\,\underline{m}} \cdot \frac{N-r}{g} \cdot \qquad (2.1)$$

Funkcja ta ma rozkład F Fishera-Snedecora z g i N-r stopniami swobody (g jest liczbą stopni swobody dla czynnika A - ras, natomiast (N-r) - dla błędu). Znalezioną wartość F porównuje się z wartością krytyczną odczytaną z tablic rozkładu F Fishera-Snedecora. Odpowiednie dane zamieszczono w tabeli 1.

W podobny sposób sprawdza się istotność różnic dla czynnika B (płci) i interakcji A×B, wstawiając do wzoru (2.1) zamiast $\underline{S}_A$ macierze $\underline{S}_B$ i $\underline{S}_{A\times B}$.

Dla sprawdzenia hipotez obejmujących klasyfikacje pomiarów tworzy się odpowiednią macierz kontrastów między pomiarami (patrz ryc. 1).

Pierwsza kolumna macierzy $\underline{M}_1$ służy do porównania terminu pierwszego z drugim. Druga kolumna tej macierzy służy do porównania terminu pierwszego z trzecim. Macierz $\underline{M}_2$ składa się z kontrastów służących do sprawdzania istotności różnic między pierwszym miejscem pomiaru a każdym z pozostałych. Natomiast przy pomocy kolumn macierzy $\underline{M}_3$ tworzy się kontrasty dotyczące interakcji miejsc i terminów C×D.

Aby sprawdzić hipotezę o braku różnic między terminami pomiarów (C), oblicza się tzw. statystykę T^2 Hotellinga określoną wzorem

$$T^2 = N(N-r)\underline{\bar{x}}'\underline{M}_1(\underline{M}_1'\ \underline{S}_E\ \underline{M}_1)^{-1}\ \underline{M}_1'\ \underline{\bar{x}}$$

$$\mathrm{M} = \left[\begin{array}{cc|ccccc|cccccccccc}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
-1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]$$

$$\underline{M}_1 \qquad\qquad \underline{M}_2 \qquad\qquad \underline{M}_3$$

Ryc. 1. Macierz kontrastów między pomiarami

lub w postaci bardziej przystosowanej do obliczeń numerycznych

$$(2.2) \qquad T^2 = N(N-r)\left[\frac{\left|\underline{M}_1' \, \underline{S}_E \, \underline{M}_1 + \underline{M}_1' \, \overline{\underline{x}} \, \overline{\underline{x}}' \underline{M}_1\right|}{\left|\underline{M}_1' \, \underline{S}_E \, \underline{M}_1\right|} - 1\right],$$

gdzie $\overline{\underline{x}}$ jest wektorem średnich dla 18 rodzajów pomiarów (patrz [2]). Znak "′" oznacza przestawienie macierzy lub wektora polegające na zmianie wierszy w kolumny i odwrotnie. W liczniku i mianowniku ułamka występują tu wyznaczniki odpowiednich macierzy.

Funkcja testowa

$$(2.3) \qquad F = \frac{N-r-u+1}{(N-r)u} T^2$$

przy zwykłych założeniach o normalności rozkładów i niezależności obserwacji ma rozkład F z u i N-r-u+1 stopniami swobody, przy czym N-r jest liczbą stopni swobody dla błędu, a u - dla czynnika C (ta ostatnia odpowiada liczbie kolumn kontrastów w macierzy $\underline{M}_1$).

Brak istotności różnic między miejscami pomiarów sprawdza się analogicznie, wstawiając do wzoru (2.2) zamiast $\underline{M}_1$ macierz $\underline{M}_2$. Podobnie zamiast $\underline{M}_1$ wstawia się $\underline{M}_3$, gdy chce się sprawdzić hipotezę o braku interakcji miejsc z terminami.

Interesować nas mogą jeszcze hipotezy dotyczące interakcji rodzajów pomiarów z czynnikami doświadczalnymi (rasami i płcią). Sprawdza się je za pomocą funkcji testowej Λ Wilksa ([2], [3]). Ma ona na przykład dla interakcji ras z terminami (A×C) postać

$$(2.4) \qquad \Lambda = \frac{|\underline{M}_1' \, \underline{S}_E \, \underline{M}_1|}{|\underline{M}_1'\underline{S}_E\underline{M}_1 + \underline{M}_1'\underline{S}_A\underline{M}_1|} .$$

Jeśli mniejsza z wartości g,u (tzn. odpowiednia z liczb stopni swobody dla czynnika A i terminów pomiarów, to znaczy klasyfikacji C) jest równa 1, to stosuje się statystykę

$$(2.5) \qquad F = \frac{1-\Lambda}{\Lambda} \, \frac{N-r-u+1}{|g-u|+1} ,$$

która ma rozkład F z $|g-u|+1$ i $N-r-u+1$ stopniami swobody ($|g-u|$ oznacza bezwzględną wartość różnicy g-u). Gdy natomiast mniejsza z wartości g, u równa jest 2, to korzysta się z funkcji testowej

$$(2.6) \qquad F = \frac{1-\sqrt{\Lambda}}{\sqrt{\Lambda}} \, \frac{N-r-u+1}{|g-u|+2} ,$$

która ma rozkład F z $2|g-u|+4$ i $2(N-r-u+1)$ stopniami swobody. Dla innych wartości parametrów g, u korzysta się ze wzorów podanych w [3], str. 472. Hipotezy dotyczące pozostałych interakcji sprawdza się w analogiczny sposób, zmieniając jedynie odpowiednio macierze $\underline{S}$ i $\underline{M}$.

3. Wyniki i ich omówienie

Uzyskane wyniki zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1

Wyniki z wielozmiennej analizy wariancji potrzebne do testowania hipotez

Testowane źródło zmienności	Liczba stopni swobody dla funkcji testowej	Funkcja testowa F	$F_{0,05}$	$F_{0,01}$
A (rasy)	2 ; 73	0,68	3,13	4,92
B (płci)	1 ; 73	4,28 *	3,98	7,01
A×B	2 ; 73	0,38	3,13	4,92
C (terminy pomiarów)	2 ; 72	25,60 **	3,13	4,92
A×C	4 ; 144	2,70 *	2,43	3,44
B×C	2 ; 72	1,50	3,13	4,92
A×B×C	4 ; 144	0,73	2,43	3,44
D (miejsca pomiarów)	5 ; 69	174,43 **	2,35	3,29
A×D	10 ; 138	1,90 *	1,89	2,44
B×D	5 ; 69	0,14	2,35	3,29
C×D	10 ; 64	5,80 **	1,98	2,61
A×B×D	10 ; 138	1,20	1,89	2,44
A×C×D	20 ; 128	0,79	1,64	2,00
B×C×D	10 ; 64	2,02 *	1,98	2,61
A×B×C×D	20 ; 128	1,31	1,64	2,00

Uwaga: * oznacza, że stwierdzono istotne różnice na poziomie istotności $\alpha = 0,05$,

** oznacza, że stwierdzono istotne różnice na poziomie istotności $\alpha = 0,01$.

1. Istotność interakcji A×C i A×D (ras z terminami i ras z miejscami pobierania pomiarów) świadczy o niejednakowych odczynach mięsa różnych ras w poszczególnych terminach pomiarów, a także w różnych miejscach tuszy. Należy podkreślić, że ogólnie (tzn. przy sumarycznym potraktowaniu miejsc i terminów pomiarów) nie stwierdzono różnic między rasami. Natomiast ogólnie dla płci różnice są istotne.

2. Płeć wpływa na zmiany odczynu mięsa w poszczególnych terminach i miejscach tuszy, na co wskazuje istotność interakcji B×C×D. Brak natomiast istotności interakcji płci i ras przy sumarycznym potraktowaniu wszystkich rodzajów pomiarów.

3. Zastosowane testy wykazały wysoce istotne różnice między terminami (C) oraz między miejscami (D) pomiarów. Zmiany odczynu mięsa w różnych miejscach tuszy nie są jednakowe w czasie, czego dowodzi istotność interakcji C×D. Stwierdzona istotność różnic między rodzajami pomiarów już wystarczająco uzasadnia celowość potraktowania obserwacji doświadczalnych jako wektorów 18-wymiarowych, zamiast traktowania każdego rodzaju pomiarów oddzielnie.

Można jeszcze przeprowadzić indywidualne porównania między średnimi stosując znane metody testowania, takie jak na przykład jednoczesne przedziały ufności Scheffe´go, Hotellinga albo Roy´a ([2], [4]).

Dla porównania ras między sobą można wyznaczyć przedziały ufności Scheffe´go. Ponieważ łączny test F dla ras nie wykazał istotnych różnic, więc zajmowanie się tymi porównaniami jest zbędne.

Uzyskane średnie dla ras w poszczególnych terminach pomiarów zestawiono w tabeli 2.

T a b e l a 2

Średnie dla ras w poszczególnych terminach pomiarów

Rasa / Termin pomiaru	Wielka biała polska	Polska biała zwisłoucha	Złotnicka biała (typu bekonowego)	Średnia
45 min. od chwili uboju	5,74	5,68	5,96	5,79
90 min. od chwili uboju	5,56	5,51	5,67	5,58
24 godziny od chwili uboju	5,64	5,61	5,35	5,53
Średnia	5,65	5,60	5,66	

Z tabeli 1 wynika, że różnice między średnimi dla płci (dla loszek średnia wynosi 5,67, a dla knurków 5,60) są istotne na poziomie istotności $\alpha = 0,05$.

W celu porównania między sobą terminów i miejsc pomiarów oraz interakcji terminów z miejscami pomiarów skorzystamy z przedziałów ufności Hotellinga omówionych w [2] i [4], a mających postać następującą:

(3.1) $$\underline{a}'\underline{\underline{M}}_i'\overline{\underline{x}} - H \leqslant \underline{a}'\underline{\underline{M}}_i'\mu \leqslant \underline{a}'\underline{\underline{M}}_i'\overline{\underline{x}} + H, \quad i = 1, 2, 3,$$

gdzie

$$H = \sqrt{\frac{1}{N}\,\underline{a}'\underline{\underline{M}}_i'\,\underline{\underline{S}}_E\,\underline{\underline{M}}_i\,\underline{a}\,\frac{u_i}{N-r-u_i+1}\,F_{\alpha,u_i,N-r-u_i+1}}\,.$$

We wzorze tym $F_{\alpha,u_i,\,N-r-u_i+1}$ oznacza wartość krytyczną odczytaną z tablic rozkładu F Fishera-Snedecora dla u_i i $N-r-u_i+1$ stopni swobody i poziomu istotności α. Dalej, u_i (gdzie i = 1, 2, 3) jest liczbą stopni swobody dla pomiarów (u_1 - dla terminów, u_2 - dla miejsc, u_3 - dla interakcji miejsc z terminami). Znaczenie macierzy $\underline{\underline{M}}_1$, $\underline{\underline{M}}_2$, $\underline{\underline{M}}_3$ zostało już wyjaśnione. Wektor $\overline{\underline{x}}$ dotyczy średnich ogólnych dla pomiarów. Ponadto $\underline{a}$ typu $(u \times 1)$ jest dowolnym niezerowym wektorem.

Macierze postaci $\underline{\underline{M}}_i'\,\underline{\underline{S}}_E\,\underline{\underline{M}}_i$ (i = 1,2,3) występowały już we wzorach (2.2) i (2.4). I tak np. dla porównania między sobą terminów pomiarów otrzymano następującą macierz:

$$\underline{\underline{M}}_1'\,\underline{\underline{S}}_E\,\underline{\underline{M}}_1 = \begin{bmatrix} 159,7 & 124,7 \\ 124,7 & 917,8 \end{bmatrix},$$

Pierwsza kolumna macierzy $\underline{\underline{M}}_1$ służy do tworzenia kontrastów dla porównania pierwszego z drugim terminem pomiarów. Jeśli utworzymy wektor wierszowy $a' = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & 0 \end{bmatrix}$ i macierz $\underline{\underline{M}}_1'\,\underline{\underline{S}}_E\,\underline{\underline{M}}_1$ pomnożymy przez niego lewostronnie a prawostronnie przez analogiczny wektor kolumnowy, to otrzymamy sumę kwadratów odchyleń dla danego kontrastu równą 4,44. Podobnie, wektor $\underline{a}' = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$ wybierze z macierzy $\underline{\underline{M}}_1'\,\underline{\underline{S}}_E\,\underline{\underline{M}}_1$ liczbę 25,5 odpowiadającą sumie kwadratów odchyleń dla różnicy średnich między pierwszym i trzecim terminem pomiaru. W pierwszym przypadku mamy $\underline{a}'\underline{\underline{M}}_1'\,\overline{\underline{x}} = 5,79 - 5,58 = 0,21$, zaś w drugim 5,79-5,53=0,26 (patrz tabela 2). Jak widać z powyższych rozważań, wektor $\underline{a}'$ wybiera z macierzy $\underline{\underline{M}}_i$ (i = 1,2,3) kolumnę interesujących nas współczynników kontrastów. Podstawiając $u_1 = 2$ (liczbę stopni swobody dla terminów pomiarów, czyli liczbę kolumn macierzy $\underline{\underline{M}}_1$) i $N - r = 73$ (liczbę stopni swobody dla błędu) otrzymuje się jako wartość krytyczną F na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ dla 2 i 72 stopni swobody liczbę 3,13. Stąd przedziały ufności dla tych dwóch wymienionych porównań określone są nierównościami

$$0,15 \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 0,27$$

$$0,09 \leqslant \mu_1 - \mu_3 \leqslant 0,43$$

Zatem różnice między terminami: 45 min. i 90 min. od chwili uboju oraz 45 min. i 24 godz. od chwili uboju są istotne.

Dokonano także porównań odczynu mięsa w poszczególnych okolicach tuszy. Podstawowym miejscem do porównań była szynka. Tabela 3 pokazuje uzyskane z doświadczenia średnie dla okolic tuszy.

T a b e l a 3

Średnie dla okolic tuszy u różnych ras świń

Rasy / Okolice tuszy	Wielka biała polska	Polska biała zwisłoucha	Złotnicka biała (typu bekonowego)	Średnia
Szynka (1)	5,64	5,56	5,67	5,62
Lędźwie (2)	5,69	5,56	5,73	5,66
Za ostatnim kręgiem grzbietowym (3)	5,65	5,66	5,72	5,68
Między 4 a 5 kręgiem grzbietowym (4)	5,60	5,62	5,66	5,63
Boczek (5)	6,08	6,03	6,04	6,05
Polędwiczka (6)	5,23	5,43	5,11	5,26
Średnia	5,65	5,60	5,66	

Kolumny macierzy $\underline{M}_2$ zawierają współczynniki odpowiednich porównań. Ponieważ rozumowanie przebiega tak samo jak przy porównywaniu terminów ograniczamy się tylko do podania przedziałów ufności uzyskanych przy wartości krytycznej F na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ i dla 5 i 69 stopni swobody.

Otrzymane przedziały określone są nierównościami

$$-0,12 \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 0,03$$
$$-0,15 \leqslant \mu_1 - \mu_3 \leqslant 0,02$$
$$-0,10 \leqslant \mu_1 - \mu_4 \leqslant 0,09$$
$$-0,53 \leqslant \mu_1 - \mu_5 \leqslant -0,34$$
$$0,21 \leqslant \mu_1 - \mu_6 \leqslant 0,50$$

Z zamieszczonych przedziałów ufności wynika, że odczyn szynki jest istotnie niższy od odczynu boczku, jest natomiast istotnie wyższy od odczynu polędwiczki. Odczyny z pozostałych miejsc nie różnią się istotnie od szynki.

Ponieważ istotna okazała się interakcja miejsc z terminami pomiarów interesujące są porównania między sobą miejsc pomiarów przy uwzględnieniu różnic między terminami pomiarów. Potrzebne średnie zawiera tabela 4.

T a b e l a 4

Średnia dla okolic tuszy przy uwzględnieniu różnych terminów pomiarów

Okolice tuszy / Termin pomiaru	Szynka (1)	Lędźwie (2)	Za ostatnim kręgiem grzbietowym (3)	Między 4 a 5 kręgiem grzbietowym (4)	Boczek (5)	Polędwiczka (6)
45 min. od chwili uboju	5,80	5,84	5,82	5,72	6,16	5,24
90 min. od chwili uboju	5,53	5,60	5,63	5,55	6,oo	5,08
24 godziny od chwili uboju	5,51	5,52	5,56	5,60	5,99	5,20

Kolumny macierzy $\underline{M}_3$ zostały utworzone ze współczynników badanych kontrastów. Jeśli interesuje nas porównanie średnich dla szynki i lędźwi (pierwszego i drugiego miejsca pomiarów) przy uwzględnieniu różnic między terminami: 45 min. i 90 min. od chwili uboju, to wybieramy przy pomocy wektora $a' = [1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$ pierwszą kolumnę macierzy $\underline{M}_3$. Wtedy $\underline{a}'\underline{M}_3'\underline{S}_E\underline{M}_3 a$ równa się 2,01 i dla wartości krytycznej F na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$ przy 10 i 64 stopniach swobody ($\mu_3 = 10$) równej 1,98 przedział ufności ma następującą postać:

$$-0{,}05 \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 0{,}13.$$

Zatem różnica między tymi średnimi nie jest istotna.

Jeśli natomiast utworzymy wektor $\underline{a}' = [0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$, to wybierając czwartą kolumnę macierzy $\underline{M}_3$, otrzymamy przy $\underline{a}'\underline{M}_3'\ \underline{S}_E\ \underline{M}_3\ \underline{a} = 2{,}29$ przedział ufności dla różnicy średnich między szynką i boczkiem przy uwzględnieniu różnic między średnimi dla terminów: 45 i 90 minut od chwili uboju, określony nierównością

$$0{,}02 \leqslant \mu_1 - \mu_5 \leqslant 0{,}20.$$

Spadek odczynu szynki jest wobec tego istotnie silniejszy niż boczku (przy uwzględnieniu terminów: 45 i 90 minut od chwili uboju).

Postępując podobnie stwierdzamy istotną różnicę w spadku odczynu szynki i polędwiczki dla różnicy terminów: 45 i 90 minut od chwili uboju, co widać z poniższego przedziału ufności

$$0{,}01 \leqslant \mu_1 - \mu_6 \leqslant 0{,}21.$$

Te same wnioski można wyciągnąć biorąc pod uwagę różnicę między terminami: 45 minut i 24 godziny od chwili uboju, gdyż odpowiednie przedziały ufności są następujące:

$$0,01 \leqslant \mu_1 - \mu_5 \leqslant 0,23$$

$$0,08 \leqslant \mu_1 - \mu_6 \leqslant 0,42.$$

Natomiast różnice w spadku odczynu szynki i pozostałych okolic tuszy nie są istotne.

Nowym problemem charakterystycznym dla wielozmiennej analizy wariancji jest tworzenie przedziałów ufności dla kontrastów tworzonych ze średnich dla interakcji czynników doświadczalnych z pomiarami. Tego rodzaju przedziały ufności są szczególnie potrzebne wtedy, gdy nie stwierdza się istotnego wpływu danego czynnika doświadczalnego, a jednocześnie interakcja tego czynnika z pomiarami jest istotna (np. nieistotne różnice między rasami przy istotnej interakcji ras z terminami oraz ras z miejscami pomiarów).

Należy zauważyć, że średnie dla ras z wszystkich terminów pomiarów nie charakteryzują w istocie ras (ani żadnej cechy przyrodniczej), gdyż ilość pomiarów i terminy ich wykonywania mogą być różnie wybierane przez doświadczalnika. Przy braku interakcji czynników doświadczalnych z pomiarami można jednak porównywać średnie np. dla ras, ponieważ różnice między średnimi nie zależą wtedy od terminu bądź miejsca pomiaru. Jednakże przy istotnej interakcji ważne jest zachowanie się średnich dla ras w zależności od terminu czy miejsca pomiaru, chociaż średnie dla ras z wszystkich miejsc i terminów pomiarów nie różnią się istotnie.

Dla tego doświadczenia możliwe są następujące drogi postępowania:

1) porównanie średnich dla ras w każdym terminie oddzielnie,

2) badanie zachowania się średnich w kolejnych terminach oddzielnie dla każdej rasy,

3) porównanie ras przy uwzględnieniu różnic między terminami pomiarów,

4) porównanie terminów pomiarów przy uwzględnieniu różnic między rasami.

Zajmiemy się dla przykładu punktem 3.

Do porównania ras przy uwzględnieniu różnic między terminami i uwzględnieniu różnic między miejscami pomiarów przydatne są przedziały ufności Scheffe´go określone następującymi wzorami (patrz [2], [3], [4]):

$$\sum_{j=1}^{k} c_j \bar{x}_j - R \leqslant \sum_{j=1}^{k} c_j \mu_j \leqslant \sum_{j=1}^{k} c_j \bar{x}_j + R, \tag{3.2}$$

gdzie c_j ($j = 1, \ldots, k$) są współczynnikami badanych kontrastów, natomiast

$$R = \sqrt{(k-1) F_{\alpha,\, k-1,\, N-r} \frac{\underline{a}' \underline{M}_i' \, \underline{S}_E \, \underline{M}_i \, \underline{a}}{N-r} \sum_{j=1}^{k} \frac{c_j^2}{N_j}},$$

$$i = 1, 2, 3.$$

W tym przykładzie $N_1 = 33$, $N_2 = 29$, $N_3 = 17$ (są to liczebności dla poszczególnych ras), $k = 3$ (liczba ras), natomiast $\underline{M}_i$ ($i = 1, 2, 3$) są omówionymi już poprzednio macierzami. Symbol $F_{\alpha,\, k-1,\, N-r}$ oznacza wartość krytyczną odczytaną z tablic rozkładu F Fishera-Snedecora dla $k-1$ i $N-r$ stopni swobody oraz poziomu istotności α. Wektor $\underline{a}'$ spełnia taką samą rolę jak we wzorze (3.1).

Weźmy pod uwagę interakcję $A \times C$. Jeśli $\underline{a}'$ będzie wektorem o postaci $[1 \quad 0]$, wtedy z macierzy $\underline{M}_1$ zostanie wybrana pierwsza kolumna i otrzymamy $\underline{a}' \underline{M}_1' \underline{S}_E \underline{M}_1 \underline{a} = 159{,}7$. Zatem dla różnicy między terminami: 45 i 90 min. od chwili uboju, przy wartości krytycznej F na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$ z 2 i 73 stopniami swobody i współczynnikach kontrastów dla ras równych $\frac{1}{6}$ i $-\frac{1}{6}$, przedziały ufności dla ras są określone nierównościami

$$-0{,}01 \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 0{,}16$$
$$-0{,}29 \leqslant \mu_1 - \mu_3 \leqslant 0{,}07$$
$$-0{,}31 \leqslant \mu_2 - \mu_3 \leqslant 0{,}07.$$

Analogicznie otrzymujemy przedziały ufności dla ras przy uwzględnieniu różnicy między odczynem mięsa w czasie od 45 minut do 24 godz. od chwili uboju. Są one określone następująco:

$$-0{,}33 \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 0{,}39$$
$$-0{,}95 \leqslant \mu_1 - \mu_3 \leqslant -0{,}07$$
$$-0{,}98 \leqslant \mu_2 - \mu_3 \leqslant -0{,}10.$$

Na podstawie wyliczonych przedziałów ufności dla porównać ras świń przy uwzględnieniu różnic odczynu mięsa w czasie od 45 do 90 minut od chwili uboju stwierdzamy brak istotnych różnic między rasami. Różnice między rasami wykrywamy jednak przy uwzględnieniu zmian w odczynie mięsa od 90 minut do 24 godzin od chwili uboju.

Rasa złotnicka biała (typu bekonowego) charakteryzuje się istotnie największym spadkiem odczynu mięsa w ciągu doby. Pozostałe rasy nie różnią się pod tym względem.

Postępując w ten sam sposób (przy pomocy macierzy $\underline{M}_2$, odpowiedniego wektora a' i współczynników kontrastów $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3}$) uzyskujemy przedziały ufności dla różnic między rasami przy uwzględnieniu okolic tuszy. Przy uwzględnieniu różnic między odczynem szynki i boczku są one określone nierównościami

$$0{,}02 \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 0{,}06$$
$$-0{,}09 \leqslant \mu_1 - \mu_3 \leqslant -0{,}03$$
$$-0{,}13 \leqslant \mu_2 - \mu_3 \leqslant -0{,}07$$

Przy uwzgkędnieniu różnic między odczynem szynki i polędwiczki są one określone nierównościami

$$0{,}25 \leqslant \mu_1 - \mu_2 \leqslant 0{,}35$$
$$-0{,}22 \leqslant \mu_1 - \mu_3 \leqslant -0{,}06$$
$$-0{,}52 \leqslant \mu_2 - \mu_3 \leqslant -0{,}36.$$

Na podstawie wyliczonych przedziałów ufności dla różnic między rasami, przy uwzględnieniu różnic w odczynie mięsa między szynką i boczkiem oraz szynką i polędwiczką, można powiedzieć, że rasy różnią się istotnie.

4. Dyskusja

1. Ogólnie nie stwierdzono istotnych różnic międzyrasowych (A) w odczynie mięsa, jednakże istotność interakcji ras z terminami (A×C) i miejscami pomiarów (A×D) świadczy o niejednakowych wartościach odczynu mięsa różnych ras w poszczególnych terminach bądź miejscach, czyli o zróżnicowanym przebiegu procesu zakwaszania mięsa.

2. Stwierdzono istotne różnice w odczynie mięsa między płciami (B) oraz wpływ płci na zmiany odczynu mięsa w poszczególnych terminach pomiarów i okolicach tuszy (B×C×D).

3. Ogólnie zachodzą wysoce istotne różnice między terminami (C) oraz miejscami (D) pomiarów, przy czym istotność interakcji C×D wskazuje na to, że zmiany odczynu mięsa w różnych okolicach tuszy nie są jednakowe. Odczyn szynki jest istotnie niższy od odczynu boczku, natomiast w porównaniu z odczynem polędwiczki jest istotnie wyższy.

Poczynione dotychczas spostrzeżenia porównawcze międzyrasowe i międzypłciowe zachęcają do dalszych badań na obszerniejszym (masowym) materiale. Przy analizie takiego materiału szczególnie przydatne będzie uogólnienie metody Zelena i Federera oraz uproszczony sposób obliczeń (przez tworzenie macierzy kontrastów) prowadzących do funkcji testowych.

Reasumując, otrzymane wyniki pokazują wyraźnie celowość stosowania wielozmiennej analizy wariancji dla doświadczeń z pomiarami powtarzanymi na tych samych jednostkach doświadczalnych.

Przeprowadzanie 18 pojedyńczych analiz wariancji (dla poszczególnych okolic tuszy w różnych terminach) nie byłoby wystarczające do uzyskania wszystkich interesujących informacji, a nawet mogłoby doprowadzić do błędnych wniosków przy próbach łącznej interpretacji wyników.

Posługiwanie się metodami wielozmiennej analizy wariancji byłoby bardzo skomplikowane, gdyby nie istniała możliwość skorzystania z uogólnienia metody Zelena i Federera dla doświadczeń nieortogonalnych.

Tak więc, uproszczony sposób obliczania macierzy sum kwadratów i iloczynów odchyleń dla czynników doświadczalnych i ich interakcji stanowi użyteczne uzupełnienie znanych już metod opracowania doświadczeń wielozmiennych.

Podziękowania

Pragniemy złożyć wyrazy wdzięczności Panu doc. dr Tadeuszowi Calińskiemu za cenne wskazówki udzielane podczas pisania pracy.

Dziękujemy także mgr Bogumirowi Grali za pomoc w ułożeniu programów na elektroniczną maszynę cyfrową.

Literatura cytowana

[1] Domański, J., Janicki, M., Orlikowski, K., Kształtowanie się odczynu (ph) mięsa świń rasy złotnickiej białej, wielkiej białej polskiej i polskiej białej zwisłouchej, Roczniki WSR w Poznaniu, seria zootechniczna X (1971), str. 3-122.

[2] Morrison, D. F., Multivariate statistical methods, New York 1967.

[3] Rao, C. R., Linear statistical inference and its applications, New York 1965.

[4] Świetlicka-Grala, J., Praktyczne zastosowania wielozmiennej analizy wariancji do doświadczeń z powtarzanymi pomiarami, praca doktorska w przygotowaniu do druku w Rocznikach WSR w Poznaniu.

[5] Zelen, M. and Federer, W. T., Analysis of multificator classifications with unequal numbers of observations, Biometrics 22 (1966), str. 525-552.

J. Świetlicka-Grala i J. Domański (Poznań)

WIELOZMIENNA ANALIZA WARIANCJI POMIARÓW ODCZYNU MIĘSA U RÓŻNYCH RAS ŚWIN

Streszczenie

Rozważa się pewien typ doświadczeń, w których występują dwa rodzaje klasyfikacji: (a) jednostki doświadczalne są sklasyfikowane według czynników doświadczalnych, (b) na jednostkach tych przeprowadzone są wielokrotne obserwacje, które podlegają także klasyfikacji, np. według miejsc i terminów ich przeprowadzania. Przy opracowywaniu tego rodzaju doświadczeń zaproponowano zastosowanie wielozmiennej analizy wariancji, przy czym powtarzane pomiary traktuje się jako różne zmienne. Macierze sum kwadratów i iloczynów dla czynników doświadczalnych i ich interakcji wyliczono przy pomocy metody Federera i Zelena (por. [5]) uogólnionej na przypadek wielu zmiennych (por. [4]). Dzięki powyższej metodzie uniknięto odwracania dużych macierzy.

Teorię zastosowano do dwuczynnikowego doświadczenia, w którym przeprowadzono pomiary odczynu mięsa świń. Świnie były sklasyfikowane ze względu na płeć i rasy, natomiast pomiary - ze względu na terminy i miejsca ich przeprowadzenia. Omówiono metody testowania hipotez dla tego doświadczenia (patrz także [2], [4]).

Obliczenia wykonano według programów ułożonych w języku MOST 1 i MAT 4 na emc ODRA 1013 i MIŃSK 22.

J. Świetlicka-Grala and J. Domański (Poznań)

MULTIVARIATE ANALYSIS OF VARIANCE OF THE MEASUREMENTS OF PIG MEAT ACIDITY IN DIFFERENT BREEDS

Summary

The paper is concerned with a type of experiment, in which two kind of classifications occur:

a) the experimental units are classified according to experimental factors (treatments);

b) on each experimental units repeated measurements are taken and these measurements are also classified, according to their conditions e.g. according to places and time points at which they are taken.

In the analysis of this type of experiment the application of the multivariate analysis of variance is proposed, in which the repeated measurements are represented by different variates.

The theory has been applied to an animal experiment, in which the pig meat acidity (pH) was measured.

The pigs have been classified according to sexs and breeds, while the measurements have been classified according to time points and places at which they were taken.

Since the classification of experimental units (the animals) has lead to unequal numbers of observations in the subclasses the sum of squares and products matrices have been calculated by the method of Federer and Zelen [5], generalized to the multivatiate case (as described in [4]).

In this approach the inversion of large matrices is avoided.

The methods of hypotheses testing and calculation of simultaneous confidence intervals (see also [2], [4]) have been described.

The computations have been performed in the MOST 1 and MAT 4 autocodes on the digital computers ODRA 1013 and MIŃSK 22.